

# Wolkenschnüffler



## Allgemeine Meteorologie - Wolken- und Niederschlagskunde -

### Wasserdampfsättigung



### Wasserdampfübersättigung



### Wasserdampfuntersättigung



e : Dampfdruck
E : Sättigungsdampfdruck
in Wasseroberfläche ein- : ↓
tretende Wassermoleküle
aus Wasseroberfläche aus- : ↑
tretende Wassermoleküle
□ : Gasraum
□ : flüssiges Wasser oder Eis

## Wasserdampfsättigung

Michael F. H. Krutina

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Gase und Dämpfe	1
1.1 Ideale und reale Gase	1
1.2 Ungesättigte und gesättigte Dämpfe	2
2. Wasserdampfsättigung	2
2.1 Allgemeines	2
2.2 Bestimmende Faktoren	4
2.2.1 Temperatur	6
2.2.2 Aggregatzustand des Wassers	10
2.2.3 Lösungsgrad anderer Substanzen im Wasser	12
2.2.4 Krümmungsradius	14
2.2.5 Zusammenfassung	18
3. Messgrößen des Wasserdampfes	20
3.1 Feuchter Luft	20
3.1.1 Dampfdruck $e(t_d)$	20
3.1.2 Absolute Luftfeuchte $a$	21
3.1.3 Mischungsverhältnis $r$	21
3.1.4 Spezifische Luftfeuchte $q$	22
3.2 Gesättigte Luft	24
3.2.1 Sättigungsdampfdruck $E_w(t)$	24
3.2.2 Absolute Sättigungsfeuchte $A$	24
3.2.3 Sättigungsmischungsverhältnis $r_w$	24
3.2.4 Spezifische Sättigungsfeuchte $Q$	25
3.3 Feuchte und gesättigte Luft	25
3.3.1 Relative Luftfeuchte $U$	26
3.3.2 Taupunkt $t_d$	26
3.3.3 Reifpunkt $t_f$	27
3.3.4 Taupunktdifferenz $t - t_d$ , $D$	28
3.3.5 Sättigungsdefizit $D_{VP}$	29
3.3.6 Feuchttemperatur $t'$	29

# 1. Gase und Dämpfe

Die Wärme, die wir Menschen z.B. bei der Berührung einer heißen Herdplatte empfinden, ist die Auswirkung der thermischen Bewegungsenergie (kinetische Energie) der Moleküle eines festen Stoffes. Flüssige oder gasförmige Stoffe zeigen ein ähnliches Verhalten.

Das Maß für die Größe der Wärmemenge  $Q$  des Stoffes stellt dabei die Temperatur dar, die der mittleren Bewegungsenergie der Teilchen proportional ist. Wird einem Festkörper oder einer Flüssigkeit Wärmeenergie zugeführt, so steigt seine Temperatur, sofern kein Aggregatzustandswechsel eintritt. Auch bei Gasen nimmt die Geschwindigkeit seiner Teilchen zu, wenn sie erwärmt werden. Mit der Temperatur  $T$  wächst dabei aber auch das Produkt aus Gasdruck  $p$  und -volumen  $V$  (Gesetz von Boyle-Mariotte).

## 1.1 Ideale und reale Gase

Bei idealen Gasen sind die Atome oder Moleküle bei ihrer kinetischen Bewegung soweit voneinander entfernt, dass sie keine Kräfte aufeinander ausüben. Ist das nicht der Fall, lassen sich also die Wechselwirkungen zwischen den Teilchen - wie z.B. in der Nähe von Phasenumwandlungen - nicht mehr vernachlässigen, so spricht man von realen Gasen.

Weil die physikalischen Gasgesetze nur für ideale Gase Gültigkeit haben, sind bei realen Gasen die zwischen den Teilchen auftretenden Anziehungskräfte (Kohäsion) und das Eigenvolumen der Gase zu berücksichtigen.

Als ideales Gas wird eine Materie bezeichnet, bei dem das Produkt aus Gasdruck  $p$  und -volumen  $V$  bei unveränderter Gastemperatur konstant bleibt. Für ideale und näherungsweise auch reale Gase gilt deshalb, dass sich ihr Druck  $p$  und ihr Volumen  $V$  umgekehrt proportional zueinander verhalten. Dämpfe dagegen zeigen bei Variationen ihres Volumens  $V$  kaum Änderungen ihres Druckes  $p$ .

Für synoptisch-meteorologische Betrachtungen lassen sich die Stoffe 'trockene Luft' und 'ungesättigter Wasserdampf' bei den in der Troposphäre herrschenden Druck- und Temperaturverhältnissen annähernd als ideale Gase ansehen.

## 1.2 Ungesättigte und gesättigte Dämpfe

Über jeder Flüssigkeit entsteht durch Verdunstung ein Dampf, dessen Druck  $p$  bis zu einem bestimmten temperaturabhängigen Höchstwert wächst, dem sogenannten Sättigungsdampfdruck. Ist der Sättigungsdampfdruck erreicht, befinden sich die Flüssigkeit und der Dampf im Gleichgewichtszustand, oder anders ausgedrückt, der Sättigungsdampfdruck entspricht dem Druck in der Flüssigkeit.

Wird der Dampf von der Flüssigkeit durch irgendwelche Prozesse getrennt und vergrößert man gleichzeitig sein Volumen  $V$  oder erhöht seine Temperatur  $T$ , so bleibt der Dampf ungesättigt. Dieser Fall tritt auch ein, wenn nicht genügend Flüssigkeit bei gegebener Temperatur zum Erreichen des maximalen Dampfdruckes zur Verfügung steht.

Der Dampf über einer Flüssigkeit, der sich im Gleichgewichtszustand mit ihr befindet, ist gesättigt. Dampf- und Sättigungsdampfdruck sind dann gleich groß.

Prozesse, die einen Übergang einer flüssigen Substanz in ihre gasförmige Phase unterhalb ihres Siedepunktes bewirken, werden als Verdunstung und solche, die beim Sieden der Flüssigkeit stattfinden, als Verdampfen bezeichnet.

In der Meteorologie ist der Wasserdampf als bedeutender Energieregler für den Wärmehaushalt der Atmosphäre ein besonders wichtiger Stoff, ohne den auf unserer Erde kein Wetter stattfinden würde. Sein Druck wird als Dampfdruck und sein maximaler Druck als Sättigungsdampfdruck bezeichnet.

## 2. Wasserdampfsättigung

### 2.1 Allgemeines

Füllt man ein abgeschlossenes, luftleeres Gefäß teilweise mit Wasser, so treten unmittelbar nach dem Einschütten der Flüssigkeit Moleküle aus der Wasseroberfläche in den Gasraum über; das Wasser verdunstet bzw. verdampft. Eine bestimmte Anzahl von Wassermolekülen besitzt immer genügend kinetische Energie, um gegen die Kohäsionskräfte der Nachbarpartikel die Flüssigkeitsoberfläche zu durchstoßen.

Der allein von den Wasserdampfmolekülen im Gasraum ausgeübte Druck wird dabei als Dampfdruck  $e(t_d)$  bezeichnet. Diese Größe ist unabhängig vom Volumen, da sich bei Zu- bzw. Abnahme des Volumens mehr Dampf bildet bzw. mehr kondensiert.

Werden andere Moleküle als die des Wassers in den Gasraum gebracht, so wird der Dampfdruck davon nicht beeinflusst. Für die Dampfdrücke eines Gasgemisches (Partialdrücke) gilt deshalb das Daltonsche Gesetz, das besagt, dass der Druck eines Gasgemisches gleich der Summe seiner Teil- oder Partialdrücke ist.

### Gesetz von Dalton (Form. 1)

Quelle : [3]

$$p_{ges} = \sum_{i=1}^n p_i$$

$$p_L = p_{N_2} + p_{O_2} + p_{Ar} + \dots + e(t_d)$$

$p_{ges}$	: Gesamtdruck eines Gasgemisches
$p_i$	: Partialdrücke
$p_L$	: Luftdruck
$p_{N_2}$	: Druck des Stickstoffs
$p_{O_2}$	: Druck des Sauerstoffs
$p_{Ar}$	: Druck des Argons
$e(t_d)$	: Dampfdruck

### Dampfdruck $e(t_d)$ : Partialdruck des Wasserdampfes

Der Dampfdruck in dem abgeschlossenen Gefäß steigt solange, bis sich bei gegebener Temperatur ein Gleichgewicht zwischen der Anzahl der aus der Wasseroberfläche austretenden Moleküle und der wieder aus dem Dampfraum in das Wasser zurückkehrenden Moleküle eingestellt hat, d.h. Verdunstungs- und Kondensationsrate sind äquivalent. Dieser Zustand wird Wasserdampfsättigung genannt und der Dampfdruck  $e(t_d)$ , der nun seinen maximalen Wert erreicht hat, heißt Sättigungsdampfdruck E.

Die Temperatur des Wasserdampfes, die im allgemeinen der Lufttemperatur gleichgesetzt wird, spielt bei diesen Prozessen eine entscheidende Rolle.

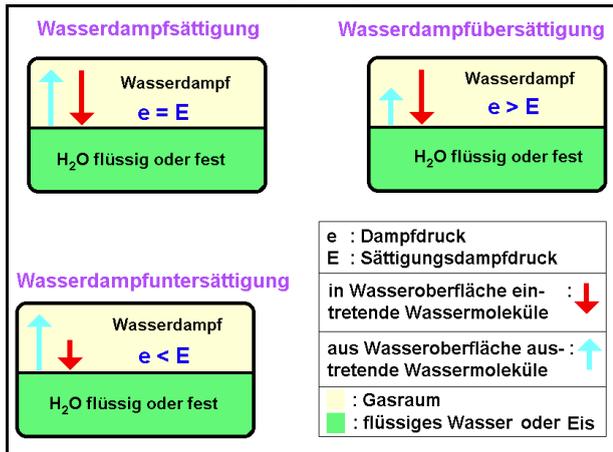
**Wasserdampfsättigung** : Dynamisches Gleichgewicht zwischen dem Wasserdampf und einer der anderen vorhandenen Phasen des Wassers (flüssiges Wasser oder Eis)

**Sättigungsdampfdruck E** : Dampfdruck [hPa] bei Wasserdampfsättigung; maximaler Dampfdruck  $e(t_d)$  bei gegebener Temperatur

Ist die Anzahl der die Wasseroberfläche pro Zeit- und Flächeneinheit verlassenden Moleküle größer als die der wieder in die Flüssigkeit zurückkehrenden Teilchen, herrscht Wasserdampfuntersättigung, so dass das flüssige Wasser oder das Eis verdunstet.

Im umgekehrten Fall liegt Übersättigung vor und der Wasserdampf kondensiert oder sublimiert (s. Abb. 1).

### Wasserdampfsättigung, -über- und -untersättigung (Abb. 1)



$E$  : Sättigungsdampfdruck [hPa]  
 $e$  : Dampfdruck [hPa]

Pfeile : Ein- und austretende Wassermoleküle; kurzer Pfeil, weniger Teilchen und umgekehrt

*Ist die Anzahl der die Wasseroberfläche pro Zeit- und Flächeneinheit verlassenden Moleküle größer als die Menge der wieder in die Flüssigkeit zurückkehrenden Teilchen, herrscht Wasserdampfuntersättigung, so dass flüssiges Wasser oder das Eis verdunstet. Im umgekehrten Fall liegt Übersättigung vor und der Wasserdampf kondensiert oder sublimiert.*

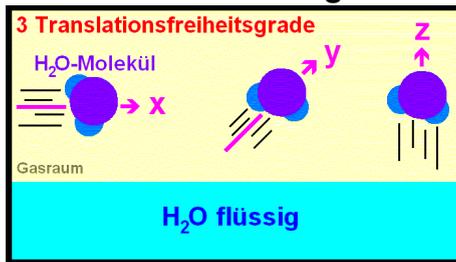
Weil der Sättigungsdampfdruck jedoch eine Funktion der Temperatur, der anderen vorhandenen Phase des Wassers (flüssiges Wasser oder Eis), des Lösungsgrades anderer Substanzen im Wasser des Krümmungsradius der Wasseroberfläche (s.2.2) ist, werden im weiteren Text als Formelzeichen für den Sättigungsdampfdruck  $E_w(t)$  und  $E_i(t)$  benutzt.  $E_w(t)$  stellt den Sättigungsdampfdruck über einer ebenen, chemisch reinen Wasseroberfläche und  $E_i(t)$  den über Eis dar.

## 2.2 Bestimmende Faktoren

Während die Anzahl der austretenden Moleküle pro Flächen- und Zeiteinheit bei konstanter Temperatur unverändert bleibt, wird die Zahl der wieder in die Wasseroberfläche zurückkehrenden Moleküle durch die Gesamtzahl der sich im Gasraum befindlichen Teilchen und ihren Translationsfreiheitsgrad (s. Abb. 2) bestimmt. Wassermoleküle besitzen drei Freiheitsgrade, so dass 6 Bewegungsrichtungen existieren, von denen nur eine in die Wasseroberfläche zurückführt. Bei höheren Temperaturen müssen deshalb sehr viel mehr Moleküle im Gasraum vorhanden sein, damit bei Wasserdampfsättigung wieder genügend Teilchen in die Wasseroberfläche eintreten können, um die Anzahl der austretenden Moleküle kompensieren zu können.

Weiterhin gilt, dass bei stärkeren Kohäsionskräften weniger Moleküle in den Gasraum wechseln können als es bei schwächeren der Fall ist.

## Translationsfreiheitsgrade der Wasserdampfmoleküle (Abb. 2)



Wassermoleküle besitzen bei ihrer geradlinigen Bewegung im Gasraum drei Freiheitsgrade, so dass 6 Bewegungsrichtungen existieren, von denen nur eine in die Wasseroberfläche zurückführt. Bei höheren Temperaturen müssen deshalb sehr viel mehr Moleküle im Gasraum vorhanden sein, damit im Zustand der Wasserdampfsättigung wieder genügend Teilchen in die Wasseroberfläche eintreten können, um die Anzahl der austretenden Moleküle kompensieren zu können.

Im festen Zustand sind die Bindungskräfte stärker als in der flüssigen Phase des Wassers, so dass der Sättigungsdampfdruck über Wasser größer als über Eis sein muss. Befinden sich gelöste Stoffe im Wasser, so werden dadurch Wassermoleküle zusätzlich gebunden. Ist die Oberfläche eines Wassertröpfchens sehr klein, sind auch die Kohäsionskräfte gering.

Die Wasserdampfsättigung, der Sättigungswert bzw. der Sättigungsdampfdruck hängt deshalb ab von

- der Temperatur;
- der anderen vorhandenen Phase des Wassers (flüssiges Wasser oder Eis);
- dem Lösungsgrad anderer Substanzen im Wasser;
- dem Krümmungsradius der Wasseroberfläche.

Das Verhältnis der tatsächlichen vorhandenen Wasserdampfmenge zum von diesen Faktoren abhängigen Maximalwert wird als relative Luftfeuchte  $U$  bezeichnet und in Prozent angegeben.

**Relative Luftfeuchte  $U$**  : Verhältnis des tatsächlichen vorhandenen Wasserdampfgehaltes zum temperaturabhängigen Maximalwert in bezug auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche in Prozent

Bei Wasserdampfsättigung in bezug auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche beträgt die relative Luftfeuchte 100 % und wird als relative Sättigungsfeuchte bezeichnet. Bei Untersättigung ist  $U$  kleiner und bei Übersättigung größer als 100 %.

**Relative Sättigungsfeuchte  $U_s$**  : Relative Luftfeuchte bei Wasserdampfsättigung; bei einer chemisch reinen, ebenen Wasseroberfläche  $U_{sw} = 100 \%$

## 2.2.1 Temperatur

Die mittlere kinetische Energie der Wassermoleküle ist temperaturabhängig. Bei höheren Temperaturen ist die Anzahl der Teilchen, die genügend kinetische Energie besitzen, um in den Gasraum überzuwechseln, größer, so dass mehr Moleküle aus der Wasseroberfläche als bei tiefen Temperaturen austreten können. Der Sättigungsdampfdruck  $E$  steigt daher mit zunehmender Temperatur, da zusätzlich Flüssigkeit verdampft, und nimmt mit fallender Temperatur ab, weil dann der überschüssige Wasserdampf wieder kondensiert.

Diese Temperaturabhängigkeit verdeutlicht auch die empirisch gewonnene Magnus-Formel, mit deren Hilfe sich der Sättigungsdampfdruck  $E$  berechnen lässt.

### Formel von Magnus (Form. 2)

$$E = C_1 \cdot e^{\frac{C_2 \cdot t}{C_3 + t}} \quad [\text{hPa}]$$

$E$  : Sättigungsdampfdruck über Wasser oder Eis [hPa]  
 $e$  : Basis des natürlichen Logarithmus;  $e = 2.71828\dots$   
 $C_1, C_2, C_3$  : Konstanten (s. Form. 18, S. 27)

### Konstanten der Magnus-Formel (Tab. 1)

Quelle : [1]

Konstante	$t < 0 \text{ } ^\circ\text{C}$	$t \geq 0 \text{ } ^\circ\text{C}$	Bezeichnung von E im Text	Die Konstanten $C_1, C_2, C_3$ der Magnus-Formel sind (je nach Temperatur und der anderen vorhandenen Phase des Wassers) durch die Werte dieser Tabelle zu ersetzen. Die Sättigungsdampfdrücke über Wasser und Eis werden, weil sie temperaturabhängig sind, im weiteren Text als $E_w(t)$ und $E_i(t)$ bezeichnet.
$C_1$ [hPa]	Wasser	6.1078	$E_w(t)$	
	Eis	6.10714	–	
$C_2$ (dimensionslos)	Wasser	17.84362	17.08085	
	Eis	22.44294	–	$E_i(t)$
$C_3$ [ $^\circ\text{C}$ ]	Wasser	245.425	234.175	$E_w(t)$
	Eis	272.44	–	$E_i(t)$

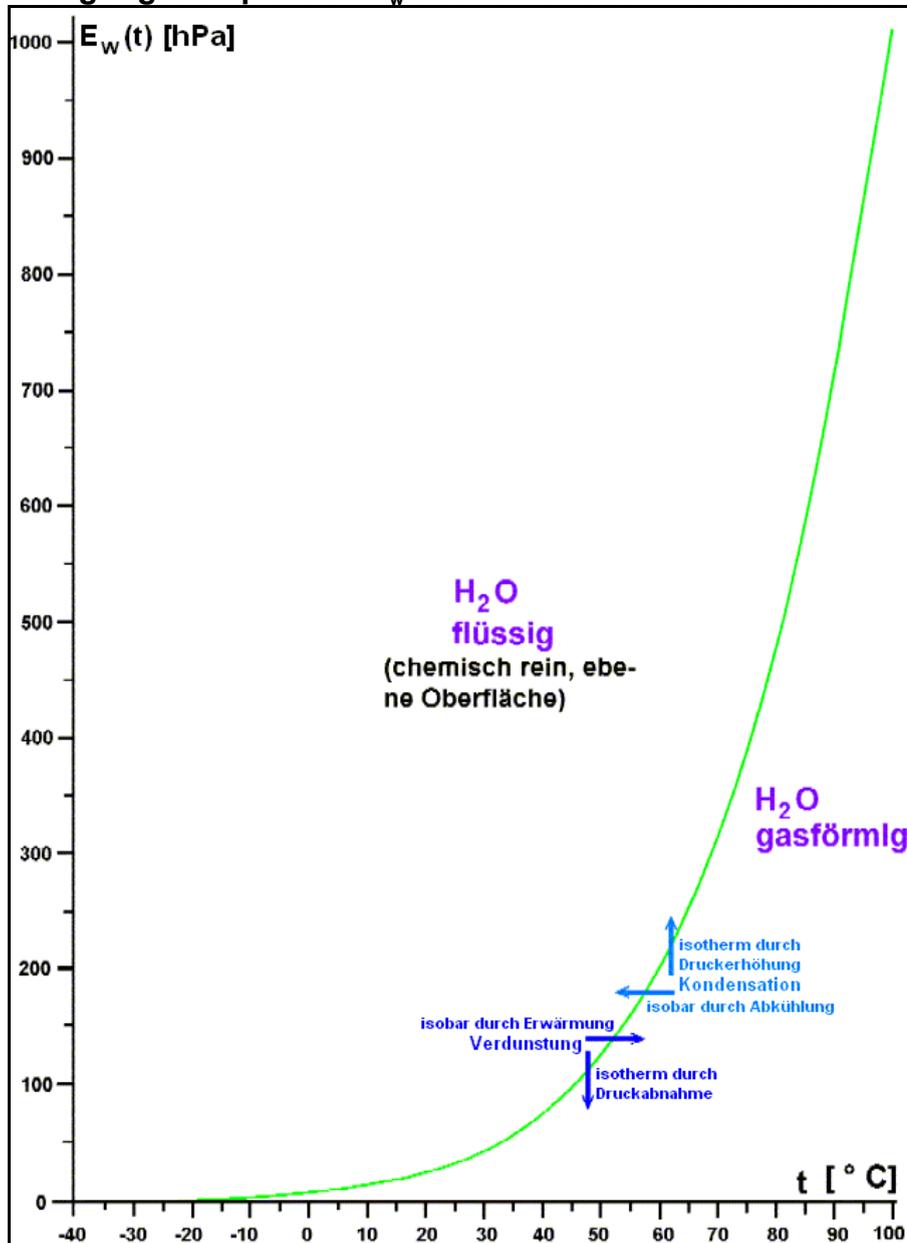
Trägt man die temperaturabhängigen Werte des Sättigungsdampfdruckes  $E_w(t)$  in ein Diagrammpapier ein, so erhält man eine Kurve, welche die für das Gleichgewicht zwischen der flüssigen und gasförmigen Phase maßgebenden Wertepaare von  $E_w(t)$  (bezogen auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche) und der Temperatur beschreibt. Diese Sättigungsdampfdruckkurve (s. Abb. 3) endet bei hohen Temperaturen am sogenannten 'kritischen Punkt', dessen Koordinaten als kritischer Druck und kritische Temperatur bezeichnet werden.

**Kritische Temperatur** : Die Temperatur eines Gases, oberhalb der es sich auch unter Anwendung noch so hoher Drucke nicht mehr verflüssigen lässt.  
**Wasser** ☞  $t_{\text{krit}} = 374.0 \text{ } ^\circ\text{C}$  oder  $T_{\text{krit}} = 647.15 \text{ K}$

**Kritischer Druck** : Der Druck, der bei der kritischen Temperatur eine Flüssigkeit gerade noch am Sieden hindert; **Wasser**  $\Rightarrow p_{\text{krit}} = 22.06 \text{ MPa}$ .

**Sättigungsdampfdruck  $E_w$  über einer ebenen Wasseroberfläche (Abb. 3)**

Quelle : [4]



Sättigungsdampfdruck  $E_w(t)$  über einer ebenen, chemisch reinen Wasseroberfläche

Flüssiges Wasser lässt sich in den gasförmigen Zustand (Wasserdampf) bei konstantem Druck (isobar) durch Wärmezufuhr und bei konstanter Temperatur (isotherm) durch Druckabnahme überführen (Verdunstung).

Wasserdampf kann in den flüssigen Zustand von Wasser bei konstantem Druck (isobar) durch Wärmeentzug und bei konstanter Temperatur (isotherm) durch Druckzunahme (Kondensation) gebracht werden.

Oberhalb des kritischen Punktes sind diese Phasenänderungen allerdings nicht mehr möglich (s. Abb. 3).

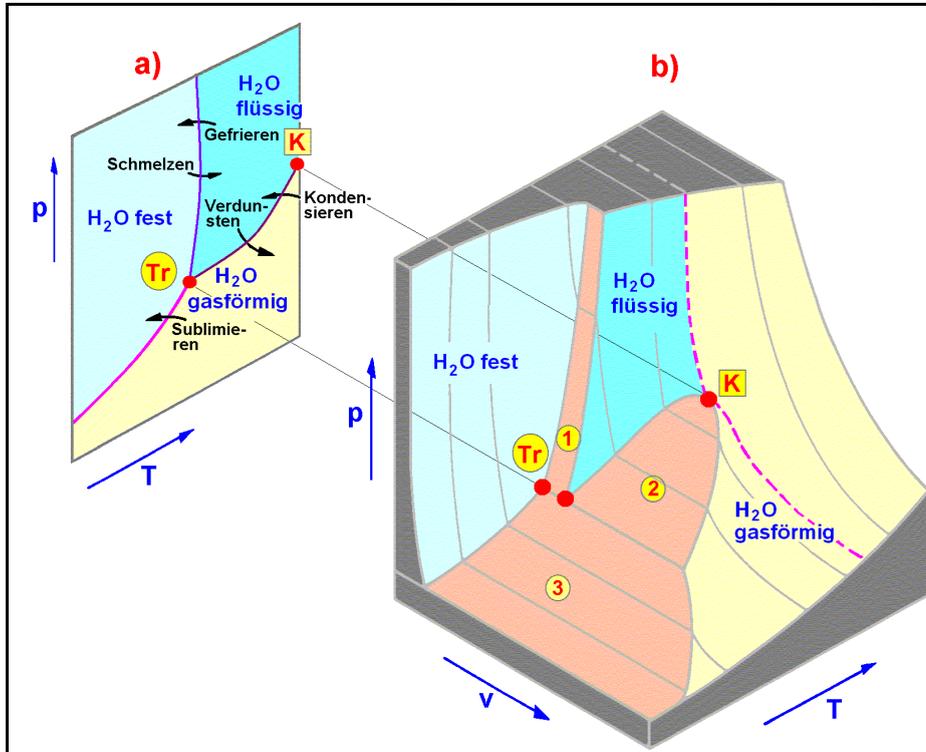
Ist der Sättigungsdampfdruck einer Flüssigkeit gleich dem auf der Flüssigkeit wirkenden Druck eines anderen Gases (z.B. Luft auf Wasser), so bilden sich auch im Inneren der Flüssigkeit Dampfblasen, d.h. die Flüssigkeit siedet. Wird der Druck erhöht, steigt die Siedetemperatur und umgekehrt.

**Siedetemperatur** : Temperatur einer Flüssigkeit, bei der ihr Sättigungsdampfdruck gleich dem äußeren Druck (z.B. Luftdruck) ist. Bei 1013.25 hPa siedet chemisch reines Wasser bei 100.0 °C

Aber nicht nur zwischen dem flüssigen und gasförmigen Aggregatzustand, sondern auch zwischen der festen und gasförmigen sowie flüssigen und festen Phase besteht ein Gleichgewicht (s. Abb. 4).

**Schematisches Zustandsdiagramm des Wassers (Abb. 4)**

Quelle : [3]



- a) : Zweidimensionales p, T - Diagramm
- b) : Dreidimensionales p, V, T - Diagramm, in dem die Aggregatzustände nur flächenhaft eingefärbt sind
- p : Druck
- V : Volumen
- T : Absolute Temperatur
- Tr : Tripelpunkt
- K : Kritischer Punkt
- - - : Kritische Isotherme

- 1, 2, 3 : Gleichgewichtsgebiete zwischen zwei Aggregatzuständen
- 1 ☞ Gleichgewicht zwischen der festen und flüssigen Phase
- 2 ☞ Gleichgewicht zwischen der flüssigen und gasförmigen Phase
- 3 ☞ Gleichgewicht zwischen der festen und gasförmigen Phase

Die erste Kurve ist die Sublimationsdruckkurve, die analog zur Sättigungsdampfdruckkurve die Druck und Temperaturwerte wiedergibt, bei der sich die feste und gasförmige Phase im Gleichgewicht befinden.

Die zweite Kurve ist die Schmelzdruckkurve. Die Schmelztemperatur ist, wie die Siedetemperatur, druckabhängig.

Weil die Volumenänderung beim Übergang von der festen in die flüssige Phase wesentlich geringer ist als die vom gasförmigen in den flüssigen Zustand, zeigt die Schmelzdruckkurve einen steileren Anstieg als die Dampfdruckkurve.

Zusätzlich ist beim Stoff Wasser das Eisvolumen größer als das Flüssigkeitsvolumen, so dass die Schmelztemperatur mit zunehmendem Druck sinkt.

### Gleichgewichtskurven des Wassers (Tab. 2)

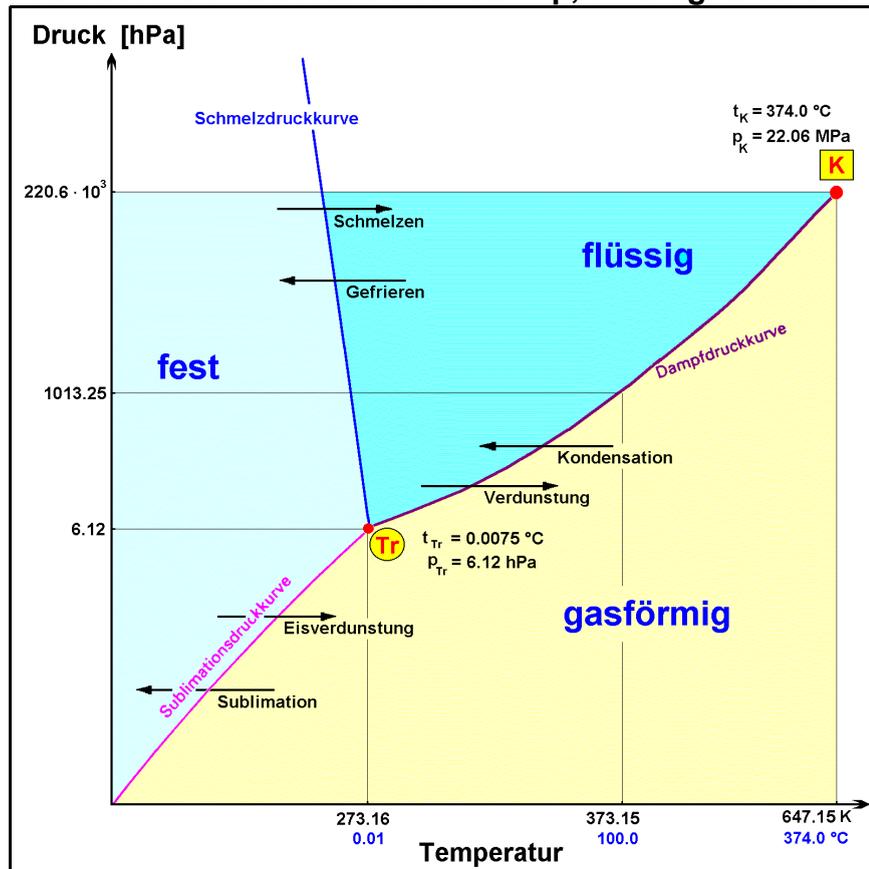
Gleichgewichtskurve	Koexistenz von
Sublimationsdruckkurve	Eis und Wasserdampf
Schmelzdruckkurve	Eis und flüssigem Wasser
Dampfdruckkurve	Wasserdampf und flüssigem Wasser

Entlang der drei Kurven (s. Abb. 4, 5 und Tab. 2) befinden sich die Aggregatzustände des Wassers miteinander im Gleichgewicht.

Der Verlauf der Phasengrenzen von Wasser zwischen den drei Aggregatzuständen fest, flüssig und gasförmig in Abhängigkeit von Druck, Temperatur und Volumen wird durch das Zustandsdiagramm (s. Abb. 4) beschrieben, das schematisch die besonders wichtigen Gleichgewichtsgebiete (1, 2, 3) und den kritischen Punkt (K) aufzeigt. Der Flüssigkeitssektor wird oberhalb des kritischen Druckes durch die kritische Isotherme (gestrichelte Linie rechts) gegen den Gasbereich abgegrenzt.

### Schematisches zweidimensionales p, T - Diagramm von Wasser (Abb. 5)

Quelle : [3]



Das Diagramm ist nicht maßstäblich und die Ordinate stellt nicht den Luftdruck, sondern die für die jeweilige Phase zuständige Zustandsgröße Druck dar. Weil beim Sieden der Flüssigkeit H<sub>2</sub>O der innere (Dampfdruck), genau so groß wie der äußere Druck (Luftdruck) ist, können die angegebenen Druckwerte für die Dampfdruckkurve (Sättigungsdampfdruckkurve) auch als Luftdruckwerte aufgefasst werden. Wird die Volumenänderung des Stoffes Wasser vernachlässigt, lassen sich die Phasengrenzen im zweidimensionalen p, T - Zustandsdiagramm übersichtlich abbilden. Hier existiert ein einziger Punkt, dessen Koordinaten den Gleichgewichtszustand zwischen den 3 Phasen fest, flüssig und gasförmig markieren. Dieser sogenannte Tripelpunkt des H<sub>2</sub>O stellt den Fundamentalpunkt der absoluten Temperaturskala (Kelvin-Skala) dar und seine Koordinaten liegen bei 273.16 K und 6.12 hPa.

Wird die Volumenänderung des Stoffes Wasser vernachlässigt, lassen sich die Phasengrenzen im zweidimensionalen p, T - Zustandsdiagramm (s. Abb. 5) übersichtlich und leicht verständlich abbilden.

Das Diagramm zeigt einen einzigen Punkt, dessen Koordinaten den Gleichgewichtszustand zwischen den drei Phasen fest, flüssig und gasförmig markieren. Dieser sogenannte Tripelpunkt des Wassers stellt den Fundamentalpunkt der absoluten Temperaturskala (Kelvin-Skala) dar und seine Koordinaten liegen bei 273.16 K und 6.12 hPa.

Diese Werte geben den Druck und die Temperatur an, bei denen die feste, flüssige und gasförmige Phase des Wassers gleichzeitig und gleichberechtigt nebeneinander existieren können. Aggregatzustandswechsel sind deshalb nicht möglich, so dass weder Verdunstung noch Kondensation, Eisverdunstung oder Sublimation, bzw. Gefrieren oder Schmelzen stattfinden. Auch andere Stoffe als Wasser weisen Tripelpunkte auf. Für Kohlendioxid liegt er z.B. bei 216.6 K (-56.55 °C) und 5200 hPa.

**Tripelpunkt des Wassers** :  $T_{Tr} = 273.16 \text{ K}$ ;  $p_{Tr} = 6.12 \text{ hPa}$

Weil der Luftdruck in der Troposphäre, der Wetterschicht, mit der Höhe abnimmt und an ihrer Obergrenze ca. 226 hPa beträgt, hat er immer einen größeren Wert als der Druck des Tripelpunktes. Wenn also Wasser in der Troposphäre in allen drei Zustandsformen gleichzeitig vorkommt, ist nur ein Gleichgewicht zwischen zwei und niemals zwischen allen drei Aggregatzuständen möglich, so dass Phasenwechsel stattfinden.

Ist der Luftdruck kleiner als der Druckwert des Tripelpunktes eines Stoffes, kann ihre flüssige Phase in der Atmosphäre nicht existieren. Ein Beispiel dafür ist Kohlendioxid, das in der Atmosphäre nur als Gas auftritt und als Flüssigkeit nur in Stahlflaschen unter hohem Druck vorhanden ist.

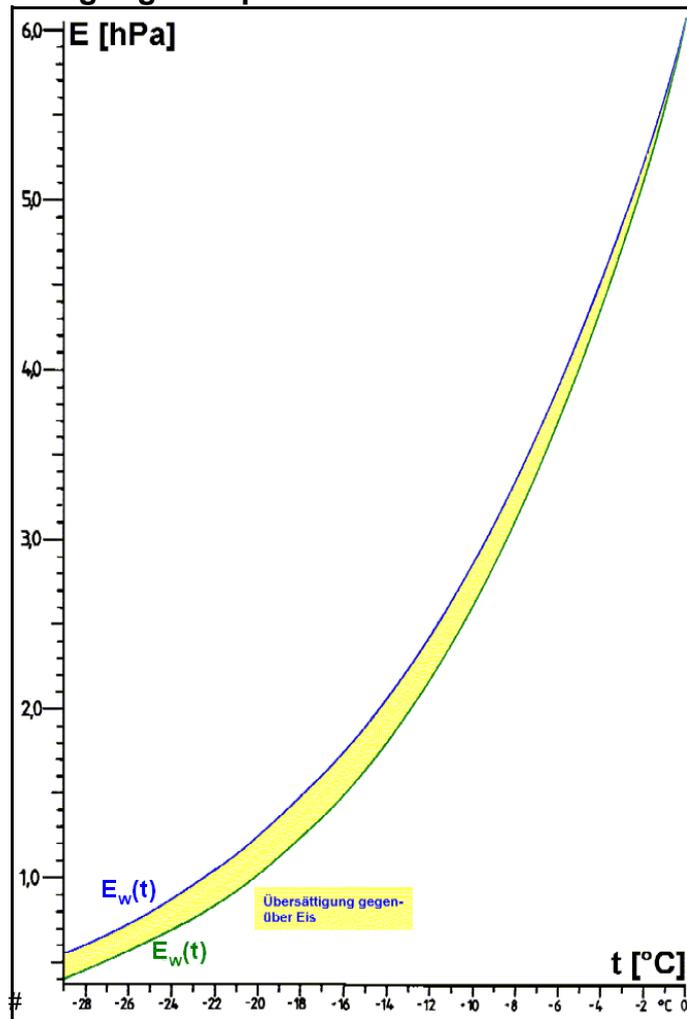
## 2.2.2 Aggregatzustand des Wassers

Im festen Zustand sind alle Wassermoleküle durch Wasserstoffbrücken miteinander verbunden, so dass die Kohäsionskräfte stärker als die in der flüssigen Phase sind.

Bei gleicher Temperatur können deshalb weniger Moleküle pro Zeit- und Flächeneinheit entweichen. Der Sättigungsdampfdruck über Eis muss deshalb kleiner als der über Wasser sein, so dass bei Temperaturen von unter 0 °C Wasserdampfsättigung über Eis bereits bei relativen Luftfeuchten von unter 100 % eintritt.

Bei negativen Temperaturen und einer relativen Luftfeuchte von 100 % herrscht damit Übersättigung gegenüber Eis, so dass solange Sublimation stattfindet, bis die Übersättigung abgebaut ist und sich bei gegebener Temperatur eine relative Luftfeuchte eingestellt hat, bei der Wasserdampfsättigung über Eis herrscht.

### Sättigungsdampfdruck über Eis und Wasser (Abb. 6)



Quelle : [4]

$E_w(t)$  : Sättigungsdampfdruckkurve über einer ebenen, chemisch reinen Wasseroberfläche

$E_i(t)$  : Sättigungsdampfdruckkurve über Eis

Die Abbildung 6 zeigt die Sättigungsdampfdruckkurven über Wasser ( $E_w(t)$ ) und Eis ( $E_i(t)$ ) sowie den gelb eingefärbten Bereich, in dem Übersättigung gegenüber Eis herrscht.

### Sättigungsdampfdruck über Eis und Wasser (Tab. 3)

Quelle : [1]

Temperatur [°C]	Sättigungsdampfdruck [ hPa]		
	über Eis $E_i(t)$	über Wasser $E_w(t)$	$E_w(t) - E_i(t)$
-0.0	6.1071	6.1078	0.00
-5.0	4.0143	4.2143	0.20
-10.0	2.5968	2.8623	0.27
-12.0	2.1714	2.4406	0.27
-15.0	1.6517	1.9117	0.26
-20.0	1.0319	1.2541	0.22
-25.0	0.6325	0.8072	0.17
-30.0	0.3800	0.5090	0.13
-35.0	0.2234	0.3140	0.09
-40.0	0.1284	0.1873	0.06
-45.0	0.0720	0.1112	0.04
-50.0	0.0393	0.0636	0.02

Die Sättigungsdampfdruckdifferenz  $E_w(t) - E_i(t)$  hat ein Maximum zwischen -10 und -15 °C (s. Tab. 3).

Die Sättigungsdampfdruckdifferenz  $E_w(t) - E_i(t)$  zeigt etwa ein Maximum zwischen  $-10$  und  $-15$  °C (s. Tab. 3).

Aus dem Quotienten der beiden Sättigungsdampfdrucke  $E_w(t)$  und  $E_i(t)$  kann die relative Sättigungsfeuchte  $U_{si}$  in bezug auf Eis berechnet werden (s. Form 3). Abschätzen lässt sich diese Größe mit der nachstehenden Näherungsformel.

**Relative Sättigungsfeuchte in bezug auf Eis (Form. 3)**

$$U_{si} = \frac{E_i(t)}{E_w(t)} 100 \text{ (\%)}$$

$U_{si} \triangleq 100 + t$  (Faustformel; gültig zwischen 0 und  $-20$  °C)

$U_{si}$  : Relative Sättigungsfeuchte über Eis  
 $E_i(t)$  : Sättigungsdampfdruck [hPa] über Eis

$E_w(t)$  : Sättigungsdampfdruck [hPa] über Wasser  
 $t$  : Temperatur [°C];  $0 \geq t > -20$  °C

**Beispiel ⇨ Bestimmung von  $E_w(t)$ ,  $E_i(t)$ ,  $U_{si}$  mit  $e(t_d)$  und  $t$  (Tab. 4)**

$e(t_d)$ [hPa]	$t$ [°C]	$E_w(t)$ [hPa]	$E_i(t)$ [hPa]	$U_{si}$	$U$
2.6	-10.0	2.9	2.6	100 %	90 % <sup>1</sup>
4.4	-4.1	4.5	4.3	90 %	98 % <sup>2</sup>

<sup>1</sup> : Sättigung gegenüber Eis

<sup>2</sup> : Übersättigung ⇨ Sublimation

**2.2.3 Lösungsgrad anderer Substanzen im Wasser**

Mischt man feste und flüssige Stoffe bzw. Flüssigkeiten miteinander, bilden sich echte oder kolloide Lösungen.

**Echte Lösung** : vollständige molekulare Vermischung zweier verschiedener Stoffe; die Lösung ist klar und durchsichtig

**Kolloide Lösung** : Vermischung von kleinsten Stoffpartikeln (Kolloide :  $d \approx 10^{-9}$  bis  $10^{-7}$  m) mit Flüssigkeiten oder Gasen

Für die Wolkenbildung ist die echte Lösung von Bedeutung, bei der sich die Moleküle des Lösungsmittels und des Stoffes so vermischen, dass ein Diffusionsvorgang, eine gegenseitige Durchdringung vorliegt und eine klare und durchsichtige Lösung entsteht. Allgemein gilt, dass feste Stoffe in Flüssigkeiten nur bis zur temperaturabhängigen Sättigungsmenge gelöst werden können (z.B. Zucker und Salz in Wasser, Kaffee oder Tee).

Das bekannteste Lösungsmittel ist Wasser, dessen Moleküle aufgrund ihres Dipolcharakters und der daraus resultierenden relativ starken Wasserstoffbindungskraft die Ionenbindung anderer Stoffe, wie z.B. die von Kochsalz, zerstören kann. Die negativ geladenen Chlorionen des Kochsalzmoleküls lagern sich an den positiven und die positiv geladenen Natriumionen an den negativen Enden von freien Wassermolekülen an. Diese zusätzliche elektrostatische Bindung zwischen Kochsalzionen und Wassermolekülen erschwert ihr Austreten aus der Flüssigkeitsoberfläche, so dass der Sättigungsdampfdruck über ebenen Lösungsoberflächen geringer als über einer ebenen, chemisch reinen Wasseroberfläche ist.

Lösungen zeigen deshalb bei einer Wasserdampfübersättigung eine wasseranziehende oder hygroskopische Wirkung.

### Wasserdampfsättigung über ebenen Lösungsoberflächen (Tab. 5)

Quelle : [5]

Art der gesättigten Lösung	Relative Sättigungsfeuchte $U_{sL}$ (%)
chemisch reines Wasser	100
Kochsalz (NaCl)	75
Magnesiumsulfat ( $MgSO_4$ )	45
Magnesiumchlorid ( $MgCl_2$ )	34
Lithiumchlorid (LiCl)	12

Allgemein bekannt ist, das Kochsalz besonders in maritimen mediterranen Gegenden häufig verklumpt. Dieser Vorgang geschieht, wenn die relative Luftfeuchte Werte über 75 % erreicht, so dass der in der Luft enthaltene Wasserdampf im Salzstreuer auf den Kristallen kondensiert und seinen Inhalt anfeuchtet.

Die sättigungsdampfdruckerniedrigende Wirkung einer Lösung ist von der Konzentration der gelösten Stoffe abhängig, so dass bei einer gesättigten Salzlösung die relative Sättigungsfeuchte  $U_{sL}$  am kleinsten ist. Gesättigte Salzlösungen besitzen dieselbe hygroskopische Wirkung wie das Salz selbst.

Die relative Sättigungsfeuchte  $U_{sL}$  in bezug auf eine ebene Lösungsoberfläche lässt sich nach dem Gesetz von `Raoult` berechnen:

### Gesetz von Raoult (gültig für schwache Lösungen) (Form. 4)

Quelle : [5]

$$U_{sL} = \frac{E_L}{E_w(t)} = \left( 1 - \frac{i n_s}{n_s + n_w} \right) 100$$

*hygroskopischer Term*

- $U_{sL}$  : Relative Sättigungsfeuchte über ebenen Lösungen
- $E_L$  : Sättigungsdampfdruck [hPa] über der Lösung
- $E_w(t)$  : Sättigungsdampfdruck [hPa] über Wasser
- $n_s$  : Stoffmenge [mol] von Salz
- $n_w$  : Stoffmenge [mol] von Wasser
- $i$  : Van't-Hoff-Faktor; abhängig von der chemischen Zusammensetzung der Lösung und von ihrem Dissoziationsgrad (Trennung);  $i \approx 2$  für Kochsalz

### Molare Masse und Stoffmenge n (Form. 5)

Quelle : [5]

$$M = \frac{m}{n} \text{ [kg mol}^{-1}\text{]}$$

M : Molare Masse (zahlgleich zur relativen Atom-/Molekülmasse, aber nur bei der Einheit g mol<sup>-1</sup>)

M<sub>r</sub> : Relative Molekülmasse; M<sub>r</sub> = A<sub>r1</sub> + A<sub>r2</sub> + A<sub>r3</sub> + . . . A<sub>rn</sub>

A<sub>r</sub> : Relative Atommasse

m : Masse [kg] eines Stoffes

n : Stoffmenge [mol]

$$n = \frac{m}{M} \text{ [mol]}$$

### Beispiel Kochsalzlösung (Tab. 6, Form. 6)

Relative Atommasse A <sub>r</sub> [g mol <sup>-1</sup> ]				Molare Masse M [kg mol <sup>-1</sup> ]		Masse m [kg]	
H	O	Na	Cl	H <sub>2</sub> O	NaCl	H <sub>2</sub> O	NaCl
Wasserstoff	Sauerstoff	Natrium	Chlor	Wasser	Kochsalz	Wasser	Kochsalz
1.008	15.999	22.99	35.453	18.015 · 10 <sup>-3</sup>	58.443 · 10 <sup>-3</sup>	1	0.1

$$U_{sL} = \left( 1 - \frac{i \left( \frac{m_s}{M_s} \right)}{\left( \frac{m_s}{M_s} \right) + \left( \frac{m_w}{M_w} \right)} \right) 100$$

m<sub>s</sub> : Masse [kg] von Kochsalz

M<sub>s</sub> : Molare Masse [kg mol<sup>-1</sup>] von Kochsalz

m<sub>w</sub> : Masse [kg] von Wasser

M<sub>w</sub> : Molare Masse [kg mol<sup>-1</sup>] von Wasser

$$U_{sL} = \left( 1 - \frac{2 \frac{0.1}{58.443 \cdot 10^{-3}}}{\frac{0.1}{58.443 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{18.015 \cdot 10^{-3}}} \right) 100$$

$$U_{sL} \approx 94 \%$$

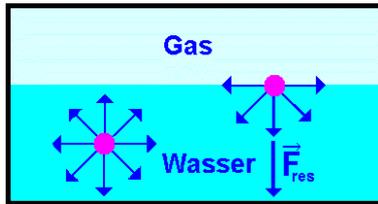
Übereinerliegenden Oberfläche einer Lösung, die aus einer Kochsalzmenge von 100 g besteht, die mit einem Liter Wasser gemischt ist, herrscht eine relative Sättigungsfeuchte U<sub>sL</sub> von ca. 94 %.

## 2.2.4 Krümmungsradius

### 2.2.4.1 Chemisch reine Wassertröpfchen

Zwischen Stoffen verschiedener Dichte befindet sich eine Grenzfläche, die besondere Eigenschaften aufweist. Betrachte man z.B. Wassertröpfchen und Luft, dann gilt, dass die im Inneren der Flüssigkeit wirkenden Kohäsionskräfte (Wasserstoffbrücken) sich gegenseitig aufheben, da jedes Wassermolekül allseitig von gleichartigen Teilchen umgeben ist. An der Oberfläche jedoch fehlen die aufwärts wirkenden Kräfte, so dass sich eine resultierende, nach innen und senkrecht zur Oberfläche gerichtete Kraft  $F_{res}$  einstellt.

### Kohäsionskräfte im Wasser (Abb. 7)



$F_{res}$  : Resultierende, nach innen gerichtete Kraft

Um die Wasseroberfläche zu vergrößern, müssen Moleküle aus dem Tropfeninneren gegen die Kraft  $F_{res}$  an die Oberfläche gebracht werden. Die Oberflächenspannung ist deshalb als die Arbeit  $\Delta W$  definiert, die gegen  $F_{res}$  verrichtet werden muss, um die Oberfläche um ein Flächenstück  $\Delta A$  zu vergrößern. Wird die zur Oberflächenausdehnung notwendige Arbeit  $\Delta W$  auf die Oberflächenänderung  $\Delta A$  bezogen, so ergibt sich die der Oberflächengröße proportionale Oberflächenspannung  $\bar{\sigma}$ .

### Oberflächenspannung einer Flüssigkeit (Form. 7)

Quelle : [3]

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A}$$

$\sigma$  : Oberflächenspannung [ $\text{N m}^{-1}$ ] oder spezifische Oberflächenenergie [ $\text{J m}^{-2}$ ]  
 $\Delta W$  : Änderung der Arbeit [J] zur Oberflächenvergrößerung  
 $\Delta A$  : Änderung der Oberfläche [ $\text{m}^2$ ]

Die Größe der Oberflächenspannung hängt von der Art der Moleküle ab und ist damit für jeden Stoff unterschiedlich. Durch Zugabe von oberflächenaktiven Stoffen wie z.B. Spülmitteln lässt sich die Oberflächenspannung reduzieren.

Betrachtet man sehr kleine Stoffmengen, so bewirkt die resultierende, nach innen und senkrecht zur Oberfläche gerichtete Kraft  $F_{res}$ , dass die Flüssigkeit in Abhängigkeit von ihrer Oberflächenspannung die Form einer Kugel annimmt, weil diese die kleinste Oberfläche unter allen Körpern gleichen Volumens aufweist.

### Relative Sättigungsfeuchte über chemisch reinen Wassertropfen (Tab. 7)

Tropfenradius [m]	Relative Sättigungsfeuchte (%)
$\infty$	100.0
$10^{-4}$	100.001
$10^{-5}$	100.011
$10^{-6}$	100.11
$10^{-7}$	101.15
$10^{-8}$	112.1
$10^{-9}$	314

Quelle : [5]

Über einer ebenen, chemisch reinen Wasseroberfläche beträgt die relative Sättigungsfeuchte  $U_{sw}$  100 %. Ab einem Tropfenradius  $r$  von  $r < 10^{-5} \text{ m}$  nimmt sie dann signifikant zu und beträgt bei einem Radius von  $r = 10^{-9} \text{ m}$  bereits 314 %. Kondensation würde in diesem Fall erst bei einer relativen Luftfeuchte von über 314 % einsetzen.

Aus einem winzigen Tröpfchen, das im Vergleich zu einer ebenen Wasseroberfläche eine sehr kleine Oberfläche und deshalb eine geringere Oberflächenspannung hat, können deshalb pro Zeit- und Flächeneinheit mehr Wassermoleküle austreten.

Aus diesem Grunde ist der Sättigungsdampfdruck über chemisch reinen Tröpfchen größer als über ebenen Wasseroberflächen und nimmt mit abnehmendem Tropfenradius zu. Relevante Abweichungen treten allerdings erst bei Tropfenradien von weniger als  $10^{-5}$  m auf (s. Tab. 7).

**Relative Sättigungsfeuchte über chemisch reinen Tröpfchen (Form. 8)**

Quelle : [5]

$$U_{sTr} = \frac{E_{Tr}}{E_w(t)} 100 = \left( 1 + \frac{2 \sigma M_w}{\rho_w R^* T} \frac{1}{r} \right) 100 = \left( 1 + \frac{C_r}{r} \right) 100$$

$$U_{sTr} = \left( 1 + \frac{2 \cdot 72.5 \cdot 10^{-3} \cdot 18.015 \cdot 10^{-3}}{1000 \cdot 8.3143 \cdot 293.15} \frac{1}{10^{-8}} \right) 100 \left[ \frac{N \text{ kg m}^3 \text{ mol K}}{m \text{ mol kg J K m}} \right]$$

$$U_{sTr} = \left( 1 + \frac{2612.175}{24373.37045} \right) 100 \approx 110.72 \%$$

- $U_{sTr}$  : Relative Sättigungsfeuchte über einem chemisch reinen Wassertröpfchen
- $E_{Tr}$  : Sättigungsdampfdruck [hPa] über dem chemisch reinen Wassertröpfchen
- $E_w(t)$ : Sättigungsdampfdruck [hPa] über einer chemisch reinen, ebenen Wasseroberfläche
- $\sigma$  : Oberflächenspannung [ $N \text{ m}^{-1}$ ] von Wasser;  $\sigma = 72.5 \cdot 10^{-3} \text{ N m}^{-1}$  bei  $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  und  $p = 1013.25 \text{ hPa}$
- $M_w$  : Molare Masse von Wasser;  $M_w = 18,015 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$
- $C_r$  : Konstante des Krümmungseffektes
- $\rho_w$  : Dichte des Wassers;  $\rho_w = 1000 \text{ kg m}^{-3}$  bei  $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$  und  $p = 1013.25 \text{ hPa}$
- $R^*$  : Universelle Gaskonstante;  $R^* = 8.3143 \cdot 10^3 \text{ J kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- $T$  : Absolute Temperatur; im Beispiel ist  $T = 293.15 \text{ K}$  ( $20 \text{ }^\circ\text{C}$ )
- $r$  : Krümmungsradius [m]; im Beispiel ist  $r = 10^{-8} \text{ m}$

**2.2.4.2 Lösungströpfchen**

Der Sättigungsdampfdruck über einem salzhaltigen Tröpfchen wird einerseits durch die Krümmungswirkung erhöht, andererseits durch den hygroskopischen Einfluss erniedrigt. Welchen Wert die relative Sättigungsfeuchte hat, hängt von der Tröpfchengröße und der Lösungskonzentration ab.

**Relative Sättigungsfeuchte über gesättigten Kochsalztröpfchen (Tab. 8)**

Tropfenradius [nm]	Relative Sättigungsfeuchte (%)
$\infty$	75
250	80
120	85
9.7	90
6.2	100
6.0	101.1
5.8	102
5.0	110

Über Tröpfchen einer gesättigten Kochsalzlösung beträgt die relative Sättigungsfeuchte bei einem unendlichen Tropfenradius oder einer ebenen Oberfläche nur 75 % . Auch mit immer kleiner werdenden Tröpfchen zeigt sich die sättigungsdampfdruckerniedrigende Wirkung der Lösungskonzentration, so dass mit abnehmenden Tropfenradius die relative Sättigungsfeuchte zwar zunimmt, aber selbst im Nanometerbereich bei einem Tropfenradius  $r$  von  $r = 5.0 \cdot 10^{-9} \text{ m}$  nur den Wert von 110 % annimmt.

Bei einer gesättigten Kochsalzlösung ergeben sich die in der Tabelle 8 aufgeführten relativen Sättigungsfeuchten für Lösungströpfchen.

**Relative Sättigungsfeuchte  $U_{sLTr}$  über Lösungströpfchen (Form. 9)**

Quelle : [5]

$$U_{sLTr} \approx 100 + \left( \frac{C_r}{r} - \frac{C_L}{r^3} \right) 100$$

$$C_r \approx \frac{2 \sigma M_w}{\rho_w R^* T}$$

$$C_L \approx \frac{3 M_w i \left( \frac{m_s}{M_s} \right)}{4 \pi \rho_w}$$

$U_{sLTr}$  : Relative Sättigungsfeuchte über einem Lösungströpfchen

$C_r$  : Konstante des Krümmungseffektes

$C_L$  : Konstante der Lösungswirkung

$i$  : Van't-Hoff-Faktor; s. Form. 4

$r$  : Krümmungsradius [m]

$\sigma$  : Oberflächenspannung [ $N m^{-1}$ ] von Wasser

$M_w$  : Molare [ $kg mol^{-1}$ ] Masse von Wasser (s. Form. 5, 6)

$R^*$  : Universelle Gaskonstante [ $J kmol^{-1} K^{-1}$ ]

$T$  : Absolute Temperatur [K]

$\rho_w$  : Dichte [ $kg m^{-3}$ ] des Wassers

$\pi$  : Mathematische Zahl Pi

$m_s$  : Masse [kg] von Kochsalz

$M_s$  : Molare Masse [ $kg mol^{-1}$ ] von Kochsalz (s. Form. 5, 6)

**Relative Sättigungsfeuchte über Tröpfchen mit verschiedenen Kochsalzkonzentrationen bei konstantem Radius von  $r = 4 \cdot 10^{-7} m$  (Tab. 9)**

Masse des Kochsalzkerns [g]	Relative Sättigungsfeuchte (%)
$10^{-13}$	81
$10^{-14}$	98
$10^{-15}$	100.09

Ist das Tröpfchen mit einem Radius  $r = 4 \cdot 10^{-7} m$  sehr klein und die Salzkonzentration am höchsten (reiner Salzkern; entspricht einer gesättigten Kochsalzoberfläche), überwiegt die Dampfdruckerniedrigung aufgrund des Lösungseffektes.

Ist das Tröpfchen mit einem Radius  $r = 4 \cdot 10^{-7} m$  sehr klein und die Salzkonzentration am höchsten (reiner Salzkern; entspricht einer gesättigten Kochsalzoberfläche), überwiegt die Dampfdruckerniedrigung aufgrund des Lösungseffektes.

Die relative Sättigungsfeuchte liegt deshalb bei unter 100 %, so dass bei einer höheren atmosphärischen relativen Luftfeuchte als diesem Wert Übersättigung herrscht und Wasserdampf auf dem Kern kondensiert. Dadurch nimmt der Tropfenradius zu und die Lösungskonzentration ab.

Mit zunehmendem Radius und geringer werdender Salzkonzentration kommt der Krümmungseinfluss immer mehr zur Geltung, so dass ab einem bestimmten Tropfenradius erst bei einer relativen Luftfeuchte von 100 % Sättigung über dem Lösungströpfchen eintritt. Bei weiter wachsendem Tropfenradius wird die Sättigungsdampfdruckerhöhung durch den Krümmungseffekt immer geringer, so dass ein Maximum der Übersättigung erreicht wird, der sogenannte kritische Wert.

Nimmt der Tropfenradius weiter zu, dann nähern sich die Verhältnisse asymptotisch denen, die für einen chemisch reinen Wassertropfen gültig sind, d.h. die Übersättigung geht gegen null und die relative Sättigungsfeuchte nimmt allmählich den Wert 100 % an. Die Übersättigung beim kritischen Wert allerdings ist so gering, dass sie mit den in der Meteorologie verwendeten Routinemessungen kaum erfasst werden kann. Deshalb lässt sich vereinfacht sagen, dass Kondensation in der Troposphäre im allgemeinen bei relativen Luftfeuchten von 100 % eintritt.

Es ist jedoch durchaus möglich, dass sich bereits kleinste, nicht sichtbare Tröpfchen mit einem Radius von etwa 0.1  $\mu\text{m}$  schon bei relativen Luftfeuchten ab 80 % bilden können. Diese winzigen Tröpfchen streuen das Licht, so dass sie die Horizontalsicht beeinflussen und als feuchter Dunst wirken.

### 2.2.5 Zusammenfassung

Der Sättigungswert über einem Lösungströpfchen bzw. Kondensationskern hängt von seiner Größe und seiner hygroskopischen Wirksamkeit ab. Über gekrümmten Oberflächen ( $r < 10^{-6}$  m) ist der Sättigungsdampfdruck  $E$  höher als über ebenen Wasseroberflächen und über Lösungen geringer. Dieser Zusammenhang ist für die Wolkenbildung von entscheidender Bedeutung und führt in der Troposphäre zu komplexen chemischen Reaktionen. Um die Auswirkungen dieser Vorgänge zu verdeutlichen und vereinfacht in einem Beispiel graphisch darstellen zu können, wird von einem sehr guten Kondensationskern ausgegangen (s. Abb. 8), dessen relative Sättigungsfeuchte bei 81 % liegt, d.h. die hygroskopische Wirkung kompensiert die Krümmungswirkung über.

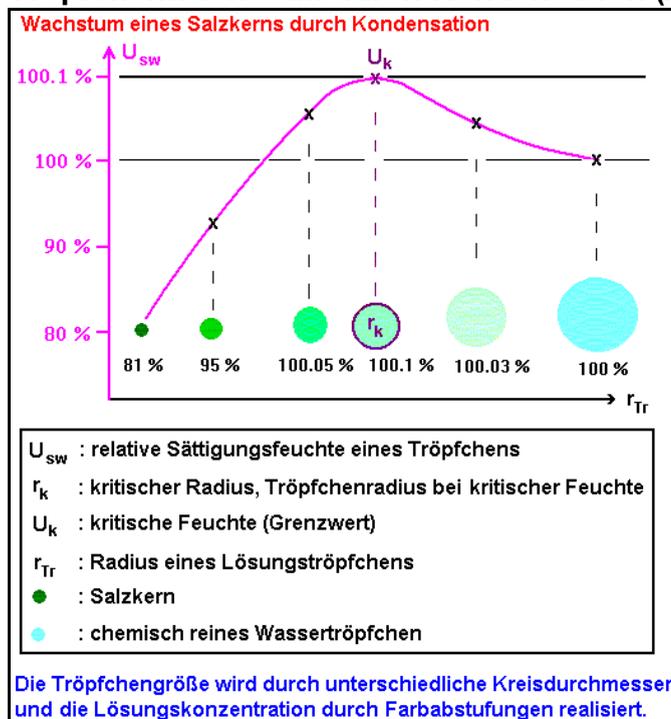
Bei einer angenommenen geringfügigen troposphärischen Übersättigung wächst der Kern zu einem kleinen Lösungströpfchen heran. Weil dadurch die Lösungskonzentration abnimmt, kommt die sättigungsdampfdruckerhöhende Wirkung aufgrund des Krümmungsradius stärker zur Geltung, so dass die relative Sättigungsfeuchte auf 95 % ansteigt.

Kann der Tropfen in einem wasserdampfübersättigten Umfeld weiter an Umfang gewinnen, so besteht die Möglichkeit, dass ein Zustand erreicht wird, in dem die Lösungswirkung aufgrund der stärkeren Verwässerung den Krümmungseinfluss gerade aufhebt. In diesem Fall beträgt die relative Sättigungsfeuchte genau 100 %.

Bei weiter wachsendem Tropfenradius wird die Dampfdruckerhöhung infolge der geringeren Oberflächenkrümmung immer kleiner, so dass ein Maximum der relativen Sättigungsfeuchte erreicht wird, die sogenannte kritische Feuchte, die in der Abb. 8 einen Wert von 100,1 % aufweist. Der zugehörige Tropfenradius heißt kritischer Radius.

Ist der Tropfen bis zum kritischen Radius herangewachsen, so könnte er nun - sofern noch Übersättigung herrscht - theoretisch unbegrenzt weiter an Umfang gewinnen, weil die sättigungsdampfdruckerhöhende Wirkung der Oberflächenkrümmung immer weiter an Einfluss verliert. Die relative Sättigungsfeuchte des Tröpfchens wird deshalb wieder geringer und nähert sich allmählich der einer chemisch reinen, ebenen Wasseroberfläche von 100 % an.

### Tröpfchenwachstum durch Kondensation (Abb. 8)



### 3. Messgrößen des Wasserdampfes

Wasserdampf kann in der Troposphäre gegenüber den anderen beiden Phasen des Wassers ungesättigt, gesättigt oder übersättigt vorkommen. Übersättigter Wasserdampf ist jedoch praktisch nicht vorhanden, weil immer genügend Kerne vorhanden sind, auf denen der Wasserdampf bei Übersättigung sofort kondensiert oder sublimiert.

Je nachdem, ob die Luft keinen, ungesättigten oder gesättigten Wasserdampf enthält, lassen sich drei Arten des Gasgemisches Luft/Wasserdampf unterscheiden.

#### Wasserdampf und Luft (Tab. 10)

Begriff	Definition	U
trockene Luft	Luft, die keinen Wasserdampf enthält; $e(t_d) = 0$	0 %
feuchte oder ungesättigte Luft	Gasgemisch aus trockener Luft und ungesättigtem Wasserdampf $e(t_d) < E_w(t)$	1 - 99 %
gesättigte Luft	Gasgemisch aus trockener Luft und gesättigtem Wasserdampf $e(t_d) = E_w(t)$	100 %

### 3.1 Feuchte Luft

Zu den Messgrößen von feuchter Luft, die sich alle auf den ungesättigten Wasserdampf beziehen, gehören

- der Dampfdruck  $e$ ,
- die absolute Luftfeuchte  $a$ ,
- das Mischungsverhältnis  $r$  und
- die spezifische Luftfeuchte  $q$ .

#### 3.1.1 Dampfdruck $e$

Nach dem Gesetz von Dalton (s. Form. 1) ist der Druck eines Gasgemisches gleich der Summe seiner Partialdrücke. Der Dampfdruck  $e(t_d)$  stellt den Druck dar, den das Gas Wasserdampf im Gasgemisch Luft ausübt.

### Dampfdruck $e(t_d)$ ; Sprungsche Formel (Form. 10)

Quelle : [2]

$$e(t_d) = 6.1078 \cdot e^{\frac{17.08085 t'}{234.175 + t'} - ((0.00066(1 + 0.00115 t') \cdot 1013.25 (t - t'))} \text{ [hPa]}$$

$e(t_d)$  : Dampfdruck über einer ebenen, chemisch reinen Wasseroberfläche

$t'$  : Feuchttemperatur [°C]

$t$  : Lufttemperatur [°C]

Konstanten siehe Formel 22 (Form. 22)

**Dampfdruck  $e(t_d)$**  : Partialdruck des Wasserdampfes im Gasgemisch Luft

Die Größe  $e(t_d)$  nimmt mit der Höhe schneller ab als die Partialdrücke der anderen Gase des Luftgemisches, da der Wasserdampf bei Abkühlung unter die Sättigungstemperatur zu Wolkelementen kondensiert oder sublimiert.

### 3.1.2 Absolute Luftfeuchte $a$

Als absolute Luftfeuchte wird das Verhältnis der Masse des in der Luft enthaltenen Wasserdampfes zum Volumen der feuchten Luft bezeichnet.

**Absolute Luftfeuchte  $a$  (Form. 11)**

$$a = \frac{m_w}{V} = \rho_w \text{ [kg m}^{-3}\text{]} \quad | \quad \rho_w = \frac{e(t_d)}{R_w T}$$

$$a = \frac{e(t_d)}{R_w T} 10^5 \text{ [g m}^{-3}\text{]}$$

$e(t_d)$  : Dampfdruck [hPa]

$V$  : Volumen [m<sup>3</sup>]

$\rho_w$  : Dichte [kg m<sup>-3</sup>] von Wasserdampfes

$R_w$  : Individuelle Gaskonstante von Wasserdampf;  $R_w = 461.51 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

$T$  : Temperatur [K] des Wasserdampfes

**Absolute Luftfeuchte  $a$**  : Verhältnis der Masse des Wasserdampfes zum Volumen der feuchten Luft (Gramm Wasserdampf pro Kubikmeter feuchter Luft)

### 3.1.3 Mischungsverhältnis $r$

Das Mischungsverhältnis  $r$  stellt das Verhältnis der Masse (Dichte) des Wasserdampfes zur Masse (Dichte) der mit dem Wasserdampf gemischten trockenen Luft in derselben Volumeneinheit dar, ist deshalb eine dimensionslose Größe und lässt sich mit der vereinfachten Formel 11 berechnen. In der Praxis wird als Einheit meist g/kg verwendet.

**Mischungsverhältnis r (Form. 12)**

$$r = \frac{m_w}{m_d} = \frac{\rho_w V}{\rho_d V} = \frac{\rho_w}{\rho_d} \quad [\text{keine Dimension}]$$

$$\rho_w = \frac{e(t_d)}{R_w T} \left[ \frac{N \text{ kg K}}{m^2 \text{ N m K}} \right] \quad \text{Gasgleichung Wasserdampf}$$

$$\rho_d = \frac{p - e(t_d)}{R_d T} \quad \text{Gasgleichung trockener Luft}$$

$$r = \frac{R_d}{R_w} \frac{e(t_d)}{p - e(t_d)} = 0.622 \frac{e(t_d)}{p - e(t_d)}$$

*e(t<sub>d</sub>) ist im Nenner klein gegenüber p*

$$r \approx 0.622 \frac{e(t_d)}{p}$$

m<sub>w</sub> : Masse [kg] Wasserdampf

V : Volumen [m<sup>3</sup>]

ρ<sub>d</sub> : Dichte kg (m<sup>-3</sup>) trockener Luft

R<sub>w</sub> : Individuelle Gaskonstante von Wasserdampf;

$$R_w = 461.51 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

R<sub>d</sub> : Individuelle Gaskonstante von trockener Luft;

$$R_d = 287.05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

m<sub>d</sub> : Masse [kg] trockener Luft

ρ<sub>w</sub> : Dichte [kg m<sup>-3</sup>] Wasserdampf

e(t<sub>d</sub>) : Dampfdruck [hPa]

p : Luftdruck [hPa]

T : Temperatur [K]

**Mischungsverhältnis r** : Verhältnis der Masse (Dichte) des Wasserdampfes zur Masse (Dichte) der mit dem Wasserdampf gemischten trockenen Luft; in der Meteorologie meist Angabe des 10<sup>3</sup>-fachen Wertes des Mischungsverhältnisses (Gramm Wasserdampf pro kg trockener Luft)

### 3.1.4 Spezifische Luftfeuchte q

Die spezifische Luftfeuchte q ist das Verhältnis der Masse des Wasserdampfes zur Masse der feuchten Luft in derselben Volumeneinheit.

Diese Größe ist wie das Mischungsverhältnis r dimensionslos und es wird ebenfalls der 10<sup>3</sup>-fache Wert angegeben -, d.h. die Einheit von q lässt sich als `g kg<sup>-1</sup>` (Gramm Wasserdampf pro Kilogramm feuchter Luft) bezeichnen.

Wie die Gleichung 13 zeigt, ist q genau genommen nur wenig geringer als das Mischungsverhältnis r (größerer Nenner bei q), so dass beide Größen als annähernd gleich angesehen werden können.

### Spezifische Feuchte $q$ (Form. 13)

$$q = \frac{m_w}{m_d + m_w} = \frac{\rho_w V}{\rho_d V + \rho_w V} = \frac{\rho_w}{\rho_d + \rho_w} \quad [\text{keine Dimension}]$$

$$\rho_w = \frac{e(t_d)}{R_w T} \left[ \frac{N \text{ kg K}}{m^2 \text{ N m K}} \right] \quad \text{Gasgleichung Wasserdampf}$$

$$\rho_d = \frac{p - e(t_d)}{R_d T} \quad \text{Gasgleichung trockener Luft}$$

$$q = \frac{\frac{e(t_d)}{R_w + T}}{\frac{p - e(t_d)}{R_d T} + \frac{e(t_d)}{R_w T}}$$

$$R_w = \frac{R_d}{0.622}$$

$$q = \frac{0.622 e(t_d)}{p - 0.378 e(t_d)}$$

- $m_w$  : Masse [kg] Wasserdampf
- $m_d$  : Masse [kg] trockener Luft
- $V$  : Volumen [m<sup>3</sup>]
- $\rho_d$  : Dichte [kg m<sup>-3</sup>] trockener Luft
- $\rho_w$  : Dichte [kg m<sup>-3</sup>] Wasserdampf
- $e(t_d)$  : Dampfdruck [hPa]
- $p$  : Luftdruck [hPa]
- $T$  : Temperatur [K]
- $R_w$  : Indiv. Gaskonstante von Wasserdampf;  $R_w = 461.51 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- $R_d$  : Indiv. Gaskonstante von trockener Luft;  $R_d = 287.05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

$e(t_d)$  ist im Nenner klein gegenüber  $p$

$$q \approx 0.622 \frac{e(t_d)}{p}$$

**Spezifische Feuchte  $q$**  : Verhältnis der Masse (Dichte) des Wasserdampfes zur Masse (Dichte) der feuchten Luft; in der Meteorologie meist Angabe des 10<sup>3</sup>-fachen Wertes (Gramm Wasserdampf pro kg feuchter Luft)

## 3.2 Gesättigte Luft

Die Feuchtegrößen, die sich auf gesättigte Luft, also auf den gesättigten Wasserdampf beziehen, sind alle von der Temperatur, von der anderen vorhandenen Phase, vom Lösungsgrad chemischer Substanzen und von der Krümmung der Wasseroberfläche abhängig. Dazu zählen

- der Sättigungsdampfdruck  $E_w(t)$ ,
- die absolute Sättigungsfeuchte  $A$ ,
- das Sättigungsmischungsverhältnis  $r_w$  und
- die spezifische Sättigungsfeuchte  $Q$ .

### 3.2.1 Sättigungsdampfdruck $E_w(t)$

Der Dampfdruck, der bei Wasserdampfsättigung bei gegebener Temperatur in bezug auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche herrscht, heißt Sättigungsdampfdruck  $E_w(t)$  und lässt sich nach der Magnus-Formel berechnen (s. Form. 2).

#### Sättigungsdampfdruck $E_w(t)$ (Tab. 11)

Temperatur [°C]	50	30	10	0	-10	-30	-50
$E_w(t)$ [hPa]	123.3	42.5	12.3	6.1	2.9	0.5	0.1

**Sättigungsdampfdruck  $E_w(t)$**  : Maximaler Dampfdruck  $e$  bei gegebener Temperatur in bezug auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche

### 3.2.2 Absolute Sättigungsfeuchte $A$

Die absolute Sättigungsfeuchte  $A$  gibt an, wie viel Gramm Wasserdampf bei gegebener Lufttemperatur in einem Kubikmeter Luft maximal enthalten sein können.

**Absolute Sättigungsfeuchte  $A$**  : Maximale absolute Luftfeuchte  $a$  bei gegebener Temperatur in bezug auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche

#### Absolute Sättigungsfeuchte $A$ (vereinfachte Formel) (Form. 14)

$$A = \frac{E_w(t)}{R_w T} 10^5 \text{ [g m}^{-3}\text{]}$$

$E_w(t)$  : Sättigungsdampfdruck [hPa] (chemisch reines Wasser)  
 $R_w$  : Individuelle Gaskonstante des Wasserdampfes;  
 $R_w = 461.51 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$   
 $T$  : Temperatur [K]

#### Absolute Sättigungsfeuchte $A$ in NN (Tab. 12)

Temperatur [°C]	50	30	10	0	-10	-30	-50
$A$ [g m <sup>-3</sup> ]	83.0	30.4	9.4	4.8	2.4	0.5	0.1

### 3.2.3 Sättigungsmischungsverhältnis $r_w$

Das Sättigungsmischungsverhältnis  $r_w$  gibt an, wie viel Gramm Wasserdampf maximal bei gegebener Temperatur und gegebenem Luftdruck mit einem Kilogramm trockener Luft in derselben Volumeneinheit gemischt sein können. Diese Größe ist dimensionslos, wird aber meist in g/kg angegeben.

### Sättigungsmischungsverhältnis $r_w$ (Form. 15)

$$r_w = 622 \frac{E_w(t)}{p - E_w(t)} \quad [g \text{ kg}^{-1}] \quad \begin{array}{l} E_w(t) : \text{Sättigungsdampfdruck [hPa]} \\ p : \text{Luftdruck [hPa]} \end{array}$$

**Sättigungsmischungsverhältnis  $r_w$**  :  $r_w$  gibt an, wie viel Gramm Wasserdampf maximal bei gegebener Temperatur und gegebenem Luftdruck mit einem Kilogramm trockener Luft gemischt sein können.

## 3.2.4 Spezifische Sättigungsfeuchte Q

Die spezifische Sättigungsfeuchte Q gibt an, wie viel Gramm Wasserdampf bei gegebener Lufttemperatur in einem Kilogramm Luft in derselben Volumeneinheit maximal enthalten sein können. Für diese ebenfalls dimensionslose Größe ist die Einheit g/kg gebräuchlich.

### Spezifische Sättigungsfeuchte Q (Form. 16)

$$Q = \frac{622 E_w(t)}{p - 0.378 E_w(t)} \approx 622 \frac{E_w(t)}{p} \quad [g \text{ kg}^{-1}] \quad \begin{array}{l} E_w(t) : \text{Sättigungsdampfdruck [hPa]} \\ p : \text{Luftdruck [hPa]} \end{array}$$

**Spezifische Sättigungsfeuchte Q** : Maximale spezifische Feuchte q bei gegebener Temperatur in bezug auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche

## 3.3 Feuchte und gesättigte Luft

Die Messgrößen

- relative Luftfeuchte U,
- Taupunkt  $t_d$ ,
- Reifpunkt  $t_r$ ,
- Taupunktdifferenz  $t - t_d$ , D,
- Sättigungsdefizit  $D_{vp}$  und
- Feuchttemperatur  $t'$

beziehen sich auf den ungesättigten und gesättigten Wasserdampf.

### 3.3.1 Relative Luftfeuchte U

Das Verhältnis der tatsächlichen vorhandenen Wasserdampfmenge zu seinem Maximalwert, der sich auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche bezieht und deshalb nur temperaturabhängig ist, wird als relative Luftfeuchte U bezeichnet und in Prozent angegeben.

#### Relative Luftfeuchte U (Form. 17)

$$U = \frac{e(t_d)}{E_w(t)} 100 \text{ (\%)}$$

$$U \approx \frac{r}{r_w} 100 \approx \frac{a}{A} 100 \approx \frac{q}{Q} 100 \text{ (\%)}$$

$e(t_d)$	: Dampfdruck [hPa]
$E_w(t)$	: Sättigungsdampfdruck [hPa]
$r$	: Mischungsverhältnis [g kg <sup>-1</sup> ]
$r_w$	: Sättigungsmischungsverhältnis [g kg <sup>-1</sup> ]
$a$	: Absolute Luftfeuchte [g m <sup>-3</sup> ]
$A$	: Absolute Sättigungsfeuchte [g m <sup>-3</sup> ]
$q$	: Spezifische Luftfeuchte [g kg <sup>-1</sup> ]
$Q$	: Spezifische Sättigungsfeuchte [g kg <sup>-1</sup> ]

**Relative Luftfeuchte U** : Das Verhältnis der tatsächlichen vorhandenen Wasserdampfmenge zu seinem Maximalwert, der sich auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche bezieht.

Bei Wasserdampfsättigung in bezug auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche beträgt die relative Luftfeuchte 100 %, bei Untersättigung des Wasserdampfes ist U kleiner und bei Übersättigung größer als 100 %.

### 3.3.2 Taupunkt $t_d$

Wird angenommen, dass der Wasserdampfgehalt eines feuchten Luftpaketes sich nicht ändert, d.h. tritt weder Kondensation noch Verdunstung auf, dann bleibt das Mischungsverhältnis r konstant. Kühlt man nun dieses Luftquantum isobar ab, dann kann eine Temperatur erreicht werden, bei welcher der Wasserdampf zur Sättigung in bezug auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche ausreicht. Diese Temperatur heißt 'Taupunktstemperatur' oder 'Taupunkt'.

**Isobarer Prozess** : Thermodynamischer Vorgang, bei dem der Druck eines Gases konstant bleibt. Viele in der Natur oder Technik ablaufenden Vorgänge finden bei konstantem Luftdruck statt. Ein Beispiel dafür ist der Wärmeaustausch der Luft mit der Erdoberfläche, der als diabatischer Prozess bezeichnet wird.

**Diabatischer Prozess** : Vorgang, bei dem einem thermodynamischen System Wärmeenergie zugeführt bzw. abgegeben wird. In der bodennahen Luftschicht ergibt sich ein Wärmeaustausch mit der Erdoberfläche durch molekulare und turbulente Wärmeleitung, Wärmestrahlung, Konvektion und latente Wärme.

Betrachtet man die bekannte Sättigungsdampfdruckkurve von Flüssigwasser oder die Tabelle des Sättigungsdampfdruckes  $E$  in der Psychrometer-Tafel, dann stellt man fest, dass jedem  $E$  eine bestimmte Temperatur entspricht, die bei Wasserdampfsättigung ( $e(t_d) = E_w(t)$ ) den Taupunkt  $t_d$  repräsentiert.

**Taupunkt  $t_d$**  : a) Sättigungstemperatur des aktuellen Dampfdruckes  $e$  in bezug auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche.  
 b) Temperatur, auf die ein Volumen feuchter Luft isobar abgekühlt werden muss, damit Sättigung in bezug auf eine ebene, chemisch reine Wasseroberfläche eintritt.

**Taupunkt  $t_d$  (Form. 18)**

Quelle : [1]

$$e(t_d) = E_w(t)$$

$$e(t_d) = C_1 \cdot e^{\frac{C_2 \cdot t_d}{C_3 + t_d}} \quad [\text{hPa}]$$

$$t_d = \frac{C_3 \cdot \ln\left(\frac{e(t_d)}{C_1}\right)}{C_2 - \ln\left(\frac{e(t_d)}{C_1}\right)} \quad [^\circ\text{C}]$$

- $e(t_d)$  : Dampfdruck [hPa]
- $E_w(t)$  : Sättigungsdampfdruck [hPa] über einer ebenen, chemisch reinen Wasseroberfläche
- $C$  : Konstanten der Magnusformel;  
 $C_1 = 6.1078 \text{ hPa}$  (Wasser);  $C_2 = 17.08085$  (Wasser,  $t \geq 0 \text{ }^\circ\text{C}$ );  $C_2 = 17.84362$  (Wasser,  $t < 0 \text{ }^\circ\text{C}$ )  
 $C_3 = 234.175 \text{ }^\circ\text{C}$  (Wasser,  $t \geq 0 \text{ }^\circ\text{C}$ );  
 $C_3 = 245.425 \text{ }^\circ\text{C}$  (Wasser,  $t < 0 \text{ }^\circ\text{C}$ )
- $t$  : Lufttemperatur [ $^\circ\text{C}$ ]
- $e$  : Basis des natürlichen Logarithmus;  $e = 2.71828\dots$
- $\ln$  : natürlicher Logarithmus
- $t_d$  : Taupunkt [ $^\circ\text{C}$ ]

**Beispiele ↪ Bestimmung von  $E_w(t)$ ,  $U$ ,  $t_d$  mit  $e(t_d)$  und  $t$  (Tab. 13)**

$e(t_d)$ [hPa]	$t$ [ $^\circ\text{C}$ ]	$E_w(t)$ [hPa]	$U$ (%)	$t_d$ [ $^\circ\text{C}$ ]
8.9	14.3	16.3	55	5.3
15.9	25.6	32.9	48	13.9
22.3	19.2	22.3	100	19.2
5.2	10.4	12.6	41	-2.2

**3.3.3 Reifpunkt  $t_f$**

Der Reifpunkt  $t_f$  ist die Sättigungstemperatur des aktuellen Dampfdruckes in bezug auf eine ebene Eisfläche.

- Reifpunkt  $t_f$**  :
- a) Sättigungstemperatur des aktuellen Dampfdruckes  $e$  in bezug auf eine ebene Eisfläche.
  - b) Temperatur, auf die ein Volumen feuchter Luft isobar abgekühlt werden muss, damit Sättigung in bezug auf eine ebene Eisfläche eintritt.

**Reifpunkt  $t_f$  (Form. 19)**

Quelle : [1]

$$e(t_f) = E_i(t)$$

$$e(t_f) = 6.10714 \cdot e^{\frac{22.44294 \cdot t_f}{272.44 + t_f}} \text{ [hPa]}$$

$$t_f = \frac{272.44 \cdot \ln\left(\frac{e(t_f)}{6.10714}\right)}{22.44294 - \ln\left(\frac{e(t_f)}{6.10714}\right)} \text{ [}^\circ\text{C]}$$

- $e(t_f)$  : Dampfdruck [hPa] in Bezug auf Eis
- $E_i(t)$  : Sättigungsdampfdruck [hPa] über Eis
- $t$  : Lufttemperatur [°C]
- $e$  : Basis des natürlichen Logarithmus;  $e = 2.71828\dots$
- $\ln$  : natürlicher Logarithmus
- $t_f$  : Reifpunkt [°C]
- Zahlenwerte  $\Rightarrow$  siehe Konstanten der Magnusformel (Form. 18)

**Beispiele  $\Rightarrow$  Bestimmung von  $E_w(t)$ ,  $E_i(t)$ ,  $U$ ,  $t_f$ ,  $U_{si}$  mit  $e(t_f)$  und  $t$  (Tab. 14)**

$e(t_f)$ [hPa]	$t$ [°C]	$E_w(t)$ [hPa]	$E_i(t)$ [hPa]	$U$ (%)	$t_f$ [°C]	$U_{si}$ (%)
2.6	-5.3	4.1	3.9	63	-10.0	95
5.1	-2.0	5.3	5.2	96	-2.2	98

$$U_{si} = \frac{E_i(t)}{E_w(t)} \cdot 100$$

Mit dem Dampfdruck  $e(t_f)$  ( $e(t_f)=e(t_d)$ ) lässt sich der Reifpunkt  $t_f$  und mit der Temperatur  $t$  der Sättigungsdampfdruck über Wasser  $E_w(t)$  und Eis  $E_i(t)$  ermitteln. Die relative Luftfeuchte  $U$  ergibt sich dann als Quotient von  $e(t_f)$  und  $E_w(t)$  und die relative Sättigungsfeuchte  $U_{si}$  aus der nebenstehenden Formel. Wird die Luft in beiden Fällen z.B. durch nächtliche Ausstrahlung des Erdbodens weiter abgekühlt und erreicht  $U_{si}$  Werte von über 100 %, ist der Wasserdampf gegenüber Eis übersättigt und es setzt Sublimation ein.

**3.3.4 Taupunktdifferenz  $t - t_d$ , D**

Die Taupunktdifferenz  $t - t_d$  oder  $D$  ist der Unterschiedsbetrag zwischen Temperatur  $t$  und Taupunkt  $t_d$ .

**Taupunktdifferenz  $t - t_d$ , D (Form. 20)**

$$D = t - t_d \text{ [}^\circ\text{C]}$$

- $t$  : Lufttemperatur [°C]
- $t_d$  : Taupunkt [°C]

**Beispiele  $\Rightarrow$  Bestimmung von  $E$ ,  $U$ ,  $t_d$ ,  $t - t_d$  mit  $e(t_d)$  und  $t$  (Tab. 15)**

$e(t_d)$ [hPa]	$t$ [°C]	$E_w(t)$ [hPa]	$U$ (%)	$t_d$ [°C]	$t - t_d$ [°C]
4.0	-2.7	5.0	80	-5.7	3.0
5.1	10.4	12.6	41	-2.2	12.6

### 3.3.5 Sättigungsdefizit $D_{VP}$

Das Sättigungsdefizit  $D_{VP}$  ist der Unterschiedsbetrag zwischen Sättigungsdampfdruck  $E_w(t)$  und Dampfdruck  $e(t_d)$ .

#### Sättigungsdefizit $D_{VP}$ (Form. 21)

$$D_{VP} = E_w(t) - e(t_d) \text{ [hPa]}$$

$E_w(t)$  : Sättigungsdampfdruck [hPa] über einer ebenen, chemisch reinen Wasseroberfläche  
 $e(t_d)$  : Dampfdruck [hPa]

#### Beispiel ↗ Bestimmung von $e(t_d)$ , $E_w(t)$ , $U$ , und $D_{VP}$ mit $t$ und $t_d$ (Tab. 16)

$t$ [°C]	$t_d$ [°C]	$E_w(t)$ [hPa]	$e(t_d)$ [hPa]	$U$ (%)	$D_{VP}$ [°C]
13.2	8.7	15.2	11.3	74	3.9

### 3.3.6 Feuchttemperatur $t'$

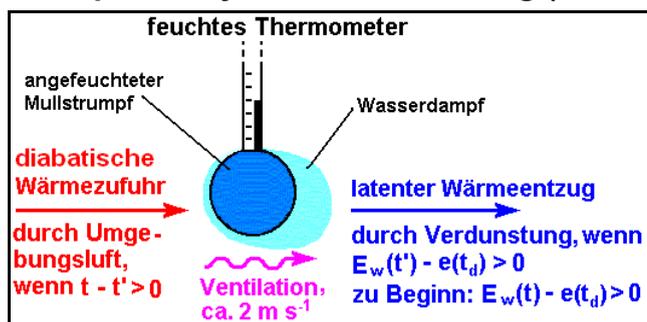
Die Feuchttemperatur  $t'$  ist die Temperatur, die das feuchte Thermometer nach dem Aspirieren anzeigt.

Das physikalische Prinzip der Messung von  $t'$  besteht darin, dass in ungesättigter Luft stets Wasser in flüssiger oder fester Form verdunstet. Die dazu benötigte Wärmeenergie wird der unmittelbaren Umgebung entnommen, so dass sich das feuchte Thermometer abkühlt und das Mischungsverhältnis  $r$  aufgrund der Wasserdampfzunahme durch Verdunstung ansteigt. Läuft dieser Prozess bei konstantem Luftdruck ab und findet solange Verdunstung statt, bis Wasserdampfsättigung in bezug auf Wasser oder Eis eintritt, stellt sich am feuchten Thermometer die Feuchttemperatur  $t'$  ein.

Weil das Mischungsverhältnis  $r$  bei diesem Vorgang zugenommen hat, ist die Feuchttemperatur  $t'$  von ungesättigter Luft kleiner als die Lufttemperatur  $t$  aber größer als der Taupunkt  $t_d$ . Die Höhe des Wärmeverlustes durch Verdunstung hängt von der Größe des Dampfdruckgefälles  $E(t') - e(t_d)$  ab. Bei Beginn des Messvorganges ist  $E_w(t) = E(t')$ .

Das durch die Abkühlung des feuchten Thermometers entstandene Temperaturgefälle zur Umgebungsluft führt zu einer zum Messgerät gerichteten Wärmeströmung, deren Wert der Temperaturdifferenz  $t - t'$  proportional ist.

**Prinzip der Psychrometermessung (Abb. 9)**



- t : Temperatur der Umgebungsluft
- t' : Feuchttemperatur
- e(t<sub>d</sub>) : Dampfdruck der Luft
- E<sub>w</sub>(t) : Sättigungsdampfdruck der Luft bei der Temperatur t
- E<sub>w</sub>(t') : Sättigungsdampfdruck der Luft bei der Feuchttemperatur t'

Bei einer gegebenen Temperaturdifferenz t - t' entspricht die Wärmezufuhr genau dem Wärmeverlust, so dass die Feuchttemperatur t' trotz weiteren Aspirierens konstant bleibt, sofern das Mulläppchen nass ist.

**Sprungsche Formel (Form. 22)**

Quelle : [1]

$$e(t_d) = E_w(t') - C p (t - t') \text{ [hPa]}$$

$$E_w(t') = C_1 e^{\frac{C_2 t'}{C_3 + t'}} \text{ [hPa]}$$

$$e(t_d) = C_1 e^{\frac{C_2 t'}{C_3 + t'}} - C p (t - t') \text{ [hPa]}$$

- e(t<sub>d</sub>) : Dampfdruck [hPa]
- E<sub>w</sub>(t') : Sättigungsdampfdruck [hPa] bei der Temperatur t' über Wasser oder Eis
- C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub> : Konstante der Magnus-Formel (s. Form. 1)
- C : Psychrometerkoeffizient [°C<sup>-1</sup>]  
 C = 0.00066 · (1 + 0.00115 · t') für Wasser  
 C = 0.000582 bei Eis am feuchten Thermometer
- t : Lufttemperatur [°C]
- t' : Feuchttemperatur [°C]
- e : Basis des natürlichen Logarithmus  
 e = 2.71828...
- p : Luftdruck [hPa]

Die Temperaturdifferenz t - t' ist deshalb ein Maß für den maximalen und tatsächlichen Wasserdampfgehalt der Luft, so dass sich mit dieser Größe der Sättigungsdampfdruck E<sub>w</sub>(t), der Dampfdruck e(t<sub>d</sub>), die relative Luftfeuchte U und der Taupunkt t<sub>d</sub> ermitteln (s. Form. 22) lassen.

**Beispiele ↪ Bestimmung von e(t<sub>d</sub>), U, t<sub>d</sub> mit t und t' (Tab. 17)**

t [°C]	t' [°C]	e(t <sub>d</sub> ) [hPa]	U (%)	t <sub>d</sub> [°C]
15.6	12.3	12.0	68	9.7
22.2	17.8	17.4	65	15.3
-8.8	-9.8 (Eis)	2.1	65	-14.1

## **Literatur**

- [1] DWD : Aspirations-Psychrometer-Tafeln;  
5. Auflage,  
Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH  
Braunschweig 1976
- [2] DWD : Leitfaden 'Allgemeine Meteorologie';  
Selbstverlag des DWD, Offenbach/M 1985
- [3] Hering, E./Martin,R.  
/Stohrer,M. : Physik für Ingenieure;  
3. Auflage,  
VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf 1989
- [4] Knorr, H. : Lehrunterlagen, WDS Langen
- [5] Liljequist, G.H.,  
Cehak, C. : Allgemeine Meteorologie;  
3. Auflage,  
Friedr. Vieweg & Sohn, 1984
- [6] Meteorological Office : A Course in Elementary Meteorology;  
Second Edition,  
Her Majesty's Stationery Office, London 1978
- [7] VDI-Richtlinien : VDI 3786, Blatt 4, Juli 1985